ESSAI CRITIQUE SUR LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DE LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE; OU, COMMENTAIRE SUR LES XXXII PREMIÈRES PROPOSITIONS DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649771974

Essai Critique sur les Principes Fondamentaux de la Géométrie Elémentaire; Ou, Commentaire sur les XXXII Premiéres Propositions des Eléments d'Euclide by J. Hoüel

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

www.triestepublishing.com

J. HOÜEL

ESSAI CRITIQUE SUR LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DE LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE; OU, COMMENTAIRE SUR LES XXXII PREMIÈRES PROPOSITIONS DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE

Trieste

ESSAI CRITIQUE

SUR LES

PRINCIPES FONDAMENTAUX

DE LA

GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE,

OU

COMMENTAIRE

SUR

LES XXXII PREMIÈRES PROPOSITIONS

DES

ÉLÉMENTS D'EUCLIDE,

Par J. **HOÜEL**,

Professeur de Mathématiques à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

DEUXIÈME ÉDITION.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Augustins, 55.

1883

PRÉFACE.

Cet Opuscule, dont un extrait avait paru il y a vingt ans dans l'*Archiv der Mathematik und Physik*, t. XL, 1863, a été publié intégralement en 1867 par les soins de M. Gauthier-Villars.

Bien qu'il n'en reste plus aujourd'hui d'exemplaires en librairie, le but que je m'étais proposé en écrivant ces pages ne me semble pas atteint, et les réformes que je réclamais dans l'enseignement de la Géométrie élémentaire n'ont pas encore été réalisées.

Si l'on excepte un ou deux Traités, rédigés en France par des mathématiciens distingués, qui ont reconnu avec moi la nécessité d'un remaniement dans les définitions et dans l'établissement des principes, rien, ou peu s'en faut, n'a été changé dans la routine scolaire. Les nouveaux auteurs n'ont fait qu'entasser sur les mêmes fondements vermoulus quelques débris tombés des hauteurs de l'édifice géométrique, ou se sont évertués à essayer tous les changements d'ordre possibles que l'on peut faire subir aux propositions.

Je n'ai pas voulu pour cela abandonner la lutte, sûr que je suis de l'appui de savants distingués auxquels, malheureusement, la poursuite de leurs découvertes dans les hautes régions de la Science ne permet pas de consacrer leur temps précieux à une lutte qui n'a plus guère qu'un intérêt pédagogique, et qui exige plutôt du bon sens que du génie.

Malgré ce premier insuccès de ma tentative, la conviction profonde que je conserve sur la nécessité de réformer les Traités élémentaires de Géométrie me fait un devoir de continuer mes efforts. L'édition de mon Opuscule de 1867 étant épuisée, j'ai profité de l'obligeance de l'éminent éditeur, dont le dévouement est toujours prêt quand il s'agit de rendre quelque service à la Science, et qui a bien voulu se charger d'une nouvelle réimpression.

La situation n'ayant pas changé, et les mêmes critiques pouvant encore être formulées, je n'ai pas eu beaucoup de modifications à introduire dans cette édition nouvelle. J'ai seulement modifié quelques passages de l'*Introduction*, et j'ai remplacé l'ancienne *Note I* de l'*Appendice* par un article plus étendu, déjà reproduit dans plusieurs recueils français et étrangers et qui complète quelques idées développées dans le Volume actuel.

Si les auteurs français sont en général restés indifférents aux considérations que j'ai présentées sur leurs méthodes, j'ai du moins la consolation de voir ces idées se répandre à l'étranger, d'où elles reviendront peut être un jour dans notre pays. Les méthodes fondées sur les *Éléments* d'Euclide, déjà en possession depuis des siècles des écoles de la Grande-Bretagne et de la Scandinavie, sont, depuis quelques années, devenues classiques en Italie. En Russie, on traduit et l'on rajeunit Euclide, en lui conservant sa rigueur et y ajoutant la clarté moderne. L'Allemagne a depuis longtemps l'excellent Traité du Dr Baltzer, qui est à sa cinquième édition. D'autre part, une nouvelle École s'annonce, celle des disciples de Grassmann, ayant pour but de renouveler les bases de la Géométrie, en prenant pour point de départ la considération du mouvement. La France sera forcée tôt ou tard de suivre cette impulsion, et si je ne puis assister à cette réforme si ardemment désirée, j'aurai du moins la satisfaction d'y avoir contribué dans la mesure de mes faibles moyens.

Bordeaux, 22 septembre 1883.

ESSAI CRITIQUE

SUR LES

PRINCIPES FONDAMENTAUX

DE LA

GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE

INTRODUCTION.

Depuis le temps où le génie de la Grèce s'est illustré par l'invention de la Géométrie rationnelle, on s'est occupé, à toutes les périodes d'activité intellectuelle, de discuter les vérités fondamentales sur lesquelles cette science repose; et cependant, quels qu'aient été le nombre et le mérite des savants qui ont pris part à ce débat, les questions pendantes, relatives aux premiers principes, semblent attendre encore leur solution définitive.

Les auteurs modernes qui ont écrit les premiers sur la Géométrie, en prenant naturellement l'antiquité pour modèle, n'ont pas toujours aperçu la diversité des points de vue des géomètres auxquels ils faisaient des emprunts [1]. De là les incohérences de principes qui se sont perpétuées dans les livres élémentaires jusqu'à nos jours, et que la force de l'habitude empêche de reconnaître, malgré leur contraste choquant avec l'état actuel de la Science.

Sans doute ces imperfections n'ont pas échappé à la généralité des mathématiciens éminents de notre époque. Malheureusement on serait tenté de croire que ces vices des méthodes didactiques, adoptées pour l'enseignement des éléments, n'étendent pas leur influence funeste jusqu'à la région des hautes théories, où se font

---

[1] *Voir*, par exemple, la Note IV, où est expliquée la divergence des doctrines développées par Euclide et par Archimède, et que les auteurs modernes ont cru pouvoir confondre en une seule.

les brillantes découvertes, et les maîtres de la Science ne paraissent pas se préoccuper de délivrer les leçons données aux commençants des fausses idées qui s'y rencontrent et d'appuyer de leur imposante autorité les changements que réclament les méthodes en usage.

En attendant que le secours nous vienne d'en haut, j'ai cru qu'il ne serait peut-être pas inutile de recourir à une autre autorité, consacrée par une tradition plus de vingt fois séculaire, et dont le nom seul commande l'attention. Euclide, il est vrai, compte aujourd'hui chez nous plus d'admirateurs que de lecteurs, et cet abandon a son excuse dans l'absence d'une traduction française en langage géométrique moderne, pareille à celles qu'ont données depuis longtemps Barrow, en Angleterre, et Lorenz, en Allemagne, et tout récemment M. V.-Zakhartchenko, en Russie. Il n'est pas étonnant que la forme pesante et embarrassée du texte ancien, reproduite dans nos versions littérales, ait puissamment contribué à rebuter les lecteurs. Pourvus d'une traduction plus lisible, nos auteurs modernes, en étudiant sérieusement le grand géomètre grec, auraient pu constater les fautes de méthode et de logique qui déparent leurs ouvrages et qu'Euclide se serait bien gardé de commettre.

Le but principal du présent travail est de mettre en lumière la supériorité d'Euclide sur la plupart des auteurs contemporains, pour tout ce qui touche l'exposition des premiers principes de la Géométrie. Notre admiration pour l'auteur des *Éléments* ne nous entraînera pas, il est vrai, jusqu'à proposer la substitution pure et simple du texte d'Euclide aux Traités modernes. La forme de l'exposition, même dans une traduction libre, choquerait les habitudes des lecteurs. Ensuite, plusieurs passages, défigurés peut-être par les commentateurs ou les copistes, devraient être modifiés. Enfin les tendances des Mathématiques modernes visent à introduire de plus en plus dans l'enseignement la méthode analytique et inductive, dont les avantages sur la méthode dogmatique des anciens ne sont plus aujourd'hui contestés.

Mais, tel qu'il est, le vieil Euclide offre encore à nos auteurs actuels la matière de nombreux emprunts, qui amélioreraient notablement leurs ouvrages. Ils y verraient avec quel soin les axiomes sont posés et réduits au moindre nombre possible. Ils apprendraient que jamais Euclide n'a songé à donner de la ligne droite la prétendue définition qui se lit en tête de presque tous nos Traités classiques, et que tant de gens attribuent au grand géomètre, sur la foi de quelques traductions infidèles [1].

Pour établir sur une base solide les principes de la Géométrie, il faut commencer par établir les axiomes sur lesquels la Science repose, et savoir préciser la dépendance qui existe entre chacune des propositions et les axiomes admis.

Cette question conduit à chercher ce que deviendraient les propositions d'Euclide, à partir de la 29e, dans le cas où l'on ferait abstraction de l'axiome des parallèles, et nous dirons, à ce propos, quelques mots des découvertes profondes faites sur cet objet, dans les premières années de ce siècle, par Lobatchefsky et Bolyai, qui, tous les deux, sans s'être entendus, sont parvenus en même temps à reconstituer la théorie que Gauss possédait depuis longues années sans la communiquer au public. Cette nouvelle géométrie, après avoir soulevé de vives oppositions, fondées en grande partie sur des malentendus, a fini par trouver accès chez la généralité des mathématiciens, et déjà elle a rendu de grands services à l'Analyse, en lui offrant un nouveau moyen de représentation géométrique des symboles analytiques, dont la représentation par la Géométrie usuelle n'est qu'un cas particulier.

La source de ce désaccord passager entre les géomètres doit être cherchée, croyons-nous, dans le faux point de vue métaphysique où l'on s'est placé en considérant la Géométrie comme une science de pur raisonnement et ne voulant admettre parmi ses axiomes que des vérités *nécessaires* et du domaine de la logique abstraite. On a été conduit ainsi à attribuer aux axiomes une nature toute différente de celle des autres vérités géométriques que l'expérience nous révèle en dehors de toute étude scientifique, et que le géomètre rattache à ces axiomes comme conséquences.

Cependant la Géométrie, de même que la Mécanique et la Phy-

---

(1) Ce théorème sur la ligne de plus courte distance ne signifie pas autre chose que l'énoncé des conditions de minimum de l'intégrale définie $\int^b \sqrt{dx^2+dy^2+dz^2}$ et ne peut être compris qu'après l'explication, plus ou moins élémentaire, de l'opération indiquée par le signe sommatoire. Autrement, on fait du Calcul intégral comme M. Jourdain faisait de la prose, et nous ajoutons qu'on le fait mal. (*Voir* Note IV.)