COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE: À L'USAGE DES ÉLÈVES DES CLASSES DE MATHÉMATIQUES A ET B, PP. 477-676

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649553969

Compléments de Géométrie: à L'usage Des élèves Des Classes De Mathématiques A et B, pp. 477-676 by A. Grévy

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

www.triestepublishing.com

A. GRÉVY

COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE: À L'USAGE DES ÉLÈVES DES CLASSES DE MATHÉMATIQUES A ET B, PP. 477-676

Trieste

160

COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE

DU MÊME AUTEUR

Programmes du 27 juillet 1905.

(*Format* 18/12cm, *cart. toile.*)

Arithmétique élémentaire : classes de 6e et 5e A et 6e B. . . 2 fr. »

Classes littéraires (1er Cycle A et 2e Cycle A et B) :

Éléments d'Arithmétique : classes de 4e A et 3e A. . . . . 1 fr. 75

Éléments d'Algèbre : classes de 3e A, 2e et 1re A et B. . . 1 fr. 75

Géométrie théorique et pratique : 1er Cycle A (4e A et 3e A). 2 fr. »

Géométrie théorique et pratique : 2e Cycle A et B (2e et 1re A et B). . . . . 1 fr. 25

Classes scientifiques (1er Cycle B et 2e Cycle C et D) :

Arithmétique : classes de 5e B et 4e B. . . . . 2 fr. »

Algèbre : classes de 3e B, 2e et 1re C et D. . . . . 2 fr. 50

Géométrie théorique et pratique : 1er Cycle B (classes de 5e B à 3e B) et écoles prim. supér. et normales . . . 3 fr. 50

* *Géométrie plane* : classes de Seconde C et D . . . . . . 3 fr. »

* *Géométrie dans l'espace* : classes de Première C et D . . 2 fr. »

* *Compléments de Géométrie* : cl. de Mathématiques A et B. 2 fr. »

Trigonométrie : classes de 1re C et D et de Mathématiques A et B. . . . . 2 fr. 25

* *Traité d'Arithmétique* : cl. de Math. A et B (*paraîtra en juin 1907.*)

---

* Les volumes marqués d'un astérisque sont du format 22/14cm et brochés.

(*Format* 22/14cm, *brochés.*)

Traité d'Algèbre : classes de Mathématiques A et B, Saint-Cyr, Navale, etc . . . . 6 fr. »

Traité de Géométrie : classes de Mathématiques A et B, Saint-Cyr, Navale, etc. . . . . 6 fr. »

A. GRÉVY
PROFESSEUR AU LYCÉE SAINT-LOUIS

COMPLÉMENTS
DE
GÉOMÉTRIE

A L'USAGE DES ÉLÈVES

DES CLASSES DE MATHÉMATIQUES A ET B

(*Programme du 27 juillet 1905.*)

PARIS
VUIBERT ET NONY ÉDITEURS
63, Boulevard Saint-Germain, 63

1907

W. M. Bernard
gt.
6-18-1923

PROGRAMME OFFICIEL

Droite. Angles. Parallélisme. Polygones. Cercle.

Plan; droites et plans. Angles dièdres; angles polyèdres. Translation. Rotation. Symétries.

Homothétie et similitude. Relations métriques. Polygones réguliers.

Prisme, pyramide, cylindre, cône, sphère.

Aires et volumes.

Puissance d'un point par rapport à un cercle et par rapport à une sphère. Axes radicaux. Plans radicaux.

Polaire d'un point par rapport à un cercle; plan polaire d'un point par rapport à une sphère.

Inversion. Applications. Appareil de Peaucellier. Projection stéréographique.

Vecteurs. — Projection d'un vecteur sur un axe; moment linéaire par rapport à un point; moment par rapport à un axe.

Somme géométrique d'un système de vecteurs; moment résultant par rapport à un point; somme de moments par rapport à un axe.

Application à un couple de vecteurs.

Projections centrales. — Plan du tableau. Perspective d'un point, d'une droite, d'une ligne. Point de fuite d'une droite. Perspective de deux droites parallèles. Ligne de fuite d'un plan. Conception de la droite à l'infini d'un plan.

CONIQUES

Ellipse. — Tracé; tangente; problèmes simples sur les tangentes. Équation de l'ellipse rapportée à ses axes. Ellipse considérée comme projection du cercle; problèmes simples sur les tangentes; intersection de l'ellipse et d'une droite.

Hyperbole. — Tracé; tangente; asymptotes; problèmes simples sur les tangentes. Equation de l'hyperbole rapportée à ses axes.

Parabole. — Tracé; tangente; problèmes simples sur les tangentes. Équation de la parabole rapportée à son axe et à la tangente au sommet.

Définition commune de ces courbes au moyen d'un foyer et d'une directrice.

Sections planes d'un cône ou d'un cylindre de révolution.

COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE

TRANSVERSALES

531. Théorème de Ménélaüs. — *Si une droite rencontre les côtés* BC, CA, AB *d'un triangle ou leurs prolongements en des points* A′, B′, C′ *on a la relation*

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = 1.$$

Menons par les sommets A, B, C des vecteurs AA″, BB″, CC″ parallèles entre eux et limités à la sécante (*fig.* 385); on a (185)

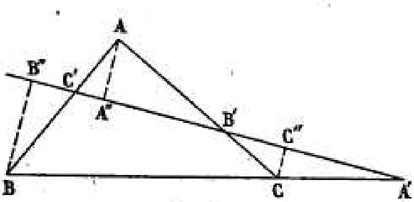

Fig. 385.

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = \frac{\overline{BB''}}{\overline{CC''}},$$

$$\frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} = \frac{\overline{CC''}}{\overline{AA''}},$$

$$\frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = \frac{\overline{AA''}}{\overline{BB''}},$$

d'où, en multipliant membre à membre,

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = \frac{\overline{BB''}.\overline{CC''}.\overline{AA''}}{\overline{CC''}.\overline{AA''}.\overline{BB''}} = 1.$$

Réciproque. — *Si sur les côtés* BC, CA, AB *d'un triangle ou sur leurs prolongements on prend trois points* A', B', C' *tels que*

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = 1,$$

ces trois points sont en ligne droite.

Joignons les points A' et B' et désignons par C_1 le point de rencontre de la droite ainsi menée avec le côté AB ; le théorème direct donne la relation

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C_1A}}{\overline{C_1B}} = 1 ;$$

comparant cette relation à la précédente, on en conclut

$$\frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = \frac{\overline{C_1A}}{\overline{C_1B}},$$

ce qui démontre que C_1 coïncide avec C'.

532. Application I. — *Les milieux des diagonales d'un quadrilatère complet sont en ligne droite.*

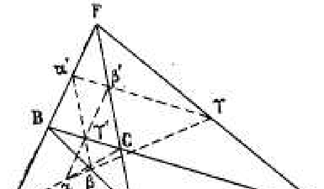

Fig. 386.

Soient α, β, γ les milieux des diagonales AC, BD, EF (*fig.* 386) ; menons par ces points les parallèles $\alpha\gamma'\beta'$, $\beta\gamma'\alpha'$, $\gamma\beta'\alpha'$ aux droites ABF, DCF, ECB ; les points α', β', γ' sont les milieux de BF, CF, BC. Pour démontrer que les points α, β, γ sont en ligne droite, il suffit d'établir la relation

$$\frac{\overline{\alpha\gamma'}}{\overline{\alpha\beta'}} \cdot \frac{\overline{\gamma\beta'}}{\overline{\gamma\alpha'}} \cdot \frac{\overline{\beta\alpha'}}{\overline{\beta\gamma'}} = 1.$$

Or, on a

$$\frac{\overline{\alpha\gamma'}}{\overline{\alpha\beta'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AF}},$$

$$\frac{\overline{\gamma\beta'}}{\overline{\gamma\alpha'}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{EB}},$$

$$\frac{\overline{\beta\alpha'}}{\overline{\beta\gamma'}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{DC}}.$$

La relation précédente équivaut donc à

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} \cdot \frac{\overline{EC}}{\overline{EB}} \cdot \frac{\overline{DF}}{\overline{DC}} = 1,$$

qui résulte du théorème de Ménélaüs appliqué au triangle BCF coupé par la transversale ADE.

533. Application II : Théorème de Pascal. — *Les côtés opposés d'un hexagone inscrit dans un cercle se coupent en trois points situés en ligne droite.*

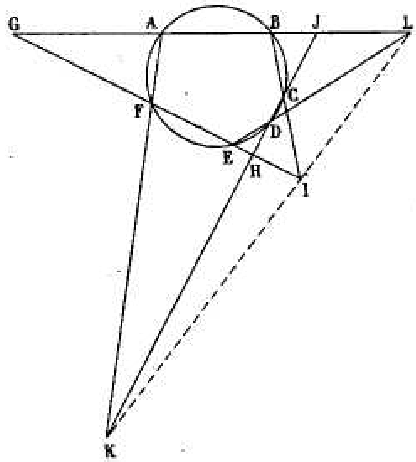

Fig. 387.

Soit ABCDEF l'hexagone inscrit (*fig.* 387) ; les points de rencontre K, I, L des côtés opposés appartiennent aux côtés du triangle GHJ formé des côtés de l'hexagone pris de deux en deux ; pour établir qu'ils sont en ligne droite, il suffit de montrer