

LINIENGEOMETRIE MIT ANWENDUNGEN

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649105946

Liniengeometrie mit Anwendungen by Konrad Zindler

Except for use in any review, the reproduction or utilisation of this work in whole or in part in any form by any electronic, mechanical or other means, now known or hereafter invented, including xerography, photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, is forbidden without the permission of the publisher, Trieste Publishing Pty Ltd, PO Box 1576 Collingwood, Victoria 3066 Australia.

All rights reserved.

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade or otherwise, be lent, re-sold, hired out, or otherwise circulated without the publisher's prior consent in any form or binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

www.triestepublishing.com

KONRAD ZINDLER

**LINIENGEOMETRIE
MIT
ANWENDUNGEN**

Sammlung Schubert LI

Liniengeometrie

mit Anwendungen

VON

Dr. Konrad Zindler

Professor an der Universität Innsbruck

II. Band

Mit 24 Figuren



Leipzig

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung

1906

QA608

Z5

v. 2

VERLAGS-
HANDLUNG

Alle Rechte
von der Verlagshandlung vorbehalten.

Vorwort.

Um die Fortsetzung des Werkes nicht zu sehr zu verzögern, wurde der geplante zweite Band in einen zweiten und dritten geteilt, von denen der vorliegende zweite vorwiegend differentialgeometrische Untersuchungen enthält, während der dritte die Theorie der quadratischen Komplexe, der algebraischen Strahlenkongruenzen und die Anwendungen auf Mechanik umfassen soll. Für die Teilung war auch maßgebend, daß ich am 27. September 1905 im Auftrage der Deutschen Mathematikervereinigung in der Sektion I der Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Meran einen Bericht über die Differentialgeometrie der Strahlenkongruenzen erstattet habe; er bildete einen Teil des Berichtes über differentielle Liniengeometrie in den Jahresberichten der Deutschen Mathematikervereinigung (Bd. 15). In diesem Berichte habe ich nun an einigen Stellen den zweiten Band meiner Liniengeometrie zitiert und hegte daher den Wunsch, daß den Fachgenossen, die den Bericht lesen, das zitierte Werk auch zugänglich sein soll. Ich bin deshalb der Verlagsbehandlung sehr dankbar, daß sie auf den Vorschlag der Teilung bereitwillig eingegangen ist.

Auch die Gegenstände dieses Bandes suchte ich der Anschauung möglichst zugänglich zu machen; diesem Zwecke dienen z. B. die drei Richtungszeiger für die Umgebung eines Strahles (§ 19). Was die Methode der Untersuchung betrifft, so habe ich eine Parameterdarstellung, die bisher in der metrischen Liniengeometrie kaum Verwendung gefunden hat, ausgiebig benutzt, indem ich nämlich die Linienzeiger als Funktionen eines oder zweier oder dreier unabhängiger Parameter voraussetze. Auf diesem Wege konnten u. a. alle

wesentlichen differentialgeometrischen Sätze Kummers über Strahlenkongruenzen bewiesen, aber auch einige neue Ergebnisse gefunden werden. Als solche möchte ich z. B. anführen (vgl. übrigens den erwähnten Bericht): Eine ausgezeichnete Erzeugungsart der Regelflächen (Satz 19), die Berechnung der extremen Werte des Verteilungsparameters für einen allgemein liegenden Kongruenzstrahl (§ 22), die Grenzflächen der Strahlennetze (§ 26), die Differentialgleichungen der Hauptflächen und der Krümmungsflächen einer Kongruenz (§ 28), die isotropen Umdrehungs- und Schraubungskongruenzen (§ 29), die Einführung und Berechnung der Umgebungsgröße eines Komplexstrahles (§ 42), die Verwendung eines Kegelschnittbüschels zur Untersuchung der Umgebung eines Komplexstrahles und der zugehörigen ausgezeichneten Richtungen (§ 47, 48), die Beziehung zwischen den Richtungszeigern in der Umgebung eines Doppelstrahles (§ 57). Auch scheinen die vier Abbildungen einer Regelfläche (§ 7) und die sechzehn Arten von Erzeugenden (§ 13) noch nicht bemerkt worden zu sein.

Innsbruck, am 3. Oktober 1905.

Konrad Zindler.

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt: Regelflächen.		Seite
§ 1.	Grundbegriffe und Normalenparaboloid	1
§ 2.	Analytische Darstellungen	4
§ 3.	Der Abstand zweier Nachbarstrahlen	7
§ 4.	Abwickelbare Flächen	10
§ 5.	Die Striktionslinie und die Zentraltangentenfläche	14
§ 6.	Besondere windschiefe Flächen	19
§ 7.	Die natürlichen Gleichungen einer Regelfläche und ihre Abbildungen	20
§ 8.	Die Bestimmung einer Regelfläche aus ihren natürlichen Gleichungen	24
§ 9.	Anwendungen auf besondere Regelflächen.	28
§ 10.	Die mit einer Regelfläche verbundenen Flächen	30
§ 11.	Eine ausgezeichnete Erzeugungsweise der Regelflächen.	32
§ 12.	Die allgemeine Regelschraubentfläche	37
§ 13.	Die singulären Erzeugenden	41
§ 14.	Schmiegungsregelschar und berührende Komplexe	47
§ 15.	Algebraische Regelflächen	51
§ 16.	Die abwickelbaren Flächen vierter Ordnung.	57
§ 17.	Die Regelflächen dritter Ordnung	59
	Übungsaufgaben	65
II. Abschnitt: Differentialgeometrie der Strahlenkongruenzen.		
§ 18.	Natürliche Linienzeiger	67
§ 19.	Die Fortschreitungsrichtungen im Linienraum	70
§ 20.	Die Umgebung eines Kongruenzstrahles	74
§ 21.	Die Umgebung der Hauptstrahlen der Netze	81
§ 22.	Die extremen Werte des Verteilungsparameters	83

VI

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
§ 23. Die berührenden Strahlennetze und das berührende Schraubenbüschel	87
§ 24. Die Umgebung beliebiger Strahlen eines Netzes	91
§ 25. Die Mittelfläche, die Mitteleinhüllende und die Grenzfläche einer Kongruenz	96
§ 26. Die Grenzflächen der Strahlennetze	99
§ 27. Die Brennfläche und die abwickelbaren Flächen einer Kongruenz	102
§ 28. Die Hauptflächen und die Krümmungsflächen einer Kongruenz	108
§ 29. Umdrehungskongruenzen und Schraubungskongruenzen, besonders isotrope	113
§ 30. Normalenkongruenzen	116
§ 31. Das Dichtigkeitsmaß und die Striktionsfläche	120
§ 32. Geschichtliche Bemerkungen über die Differentialgeometrie der Kongruenzen	128
§ 33. Der Satz von Malus und Dupin	131
§ 34. Zylindrische und singuläre Strahlen	132
Übungsaufgaben	137
III. Abschnitt: Allgemeine Theorie der Komplexe.	
§ 35. Die Arten von Komplexstrahlen	139
§ 36. Unbestimmtheiten der Darstellung	142
§ 37. Die Normalform von Clebsch	145
§ 38. Die Hauptkorrelation eines regulären Komplexstrahles	147
§ 39. Die singulären Strahlen, Punkte und Ebenen	149
§ 40. Die Singularitätenfläche und die akzessorische Fläche	151
§ 41. Die Umgebung eines regulären Komplexstrahles	154
§ 42. Die berührenden linearen Komplexe	161
§ 43. Komplexflächen	165
§ 44. Komplexkurven	167
§ 45. Singuläre Komplexe	170
§ 46. Orthogonale Richtungen und ihre Abbildung	174
§ 47. Die Fortschreitungsrichtungen in einem Komplex	179
§ 48. Ausgezeichnete Richtungen im Komplex	186
§ 49. Ausgezeichnete Zerlegungen eines Komplexes	195
§ 50. Orthogonale Trajektorien und Parameter	197
§ 51. Die Mongesche Gleichung eines Komplexes	199
§ 52. Andere Differentialgleichungen	205
§ 53. Das Strahlengewinde	208

Inhaltsverzeichnis.

VII

	Seite
§ 54. Oskulation der berührenden linearen Komplexe; Wenderichtungen.	215
§ 55. Die Hauptrichtungen, Hauptflächen und Haupt- komplexe	221
§ 56. Polarkomplexe	224
§ 57. Die Doppelstrahlen	228
Übungsaufgaben	232
Anhang I: Anleitung zur Lösung der Übungsaufgaben . .	234
Anhang II: Zusammenstellung der wichtigsten Formeln zur Differentialgeometrie der Strahlenkongruenzen	246
Berichtigungen zum I. und II. Bande	249
Sachverzeichnis zum II. Bande	250