

GRUNDZÜGE DER WAHRSCHEINLICHK EITS-RECHNUNG

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649597901

Grundzüge Der Wahrscheinlichkeits-Rechnung by G. Hagen

Except for use in any review, the reproduction or utilisation of this work in whole or in part in any form by any electronic, mechanical or other means, now known or hereafter invented, including xerography, photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, is forbidden without the permission of the publisher, Trieste Publishing Pty Ltd, PO Box 1576 Collingwood, Victoria 3066 Australia.

All rights reserved.

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade or otherwise, be lent, re-sold, hired out, or otherwise circulated without the publisher's prior consent in any form or binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

www.triestepublishing.com

G. HAGEN

**GRUNDZÜGE DER
WAHRSCHEINLICHK
EITS-RECHNUNG**

G. Hagen,

Wahrscheinlichkeits - Rechnung.

Grundzüge
der
Wahrscheinlichkeits - Rechnung.

Von

Gottfried Heinrich Luden
G. Hagen.

Zweite ungearbeitete Ausgabe.

Mit eingedruckten Holzschnitten.

Berlin.

Verlag von Ernst & Korn
(Gropius'sche Buch- und Kunsthandlung).

1867.

Vorwort.

In der Astronomie und einigen Theilen der Physik hat die Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung seit etwa fünfzig Jahren zu einer vorher ungeahnten Schärfe in der Bestimmung der Constanten, so wie auch zu andern wichtigen Entdeckungen geführt. Diese Rechnungs-Art dient nicht nur zur Auffindung der wahrscheinlichsten Resultate aus einer größern Anzahl von Beobachtungen, sondern sie läßt auch die gewonnene Sicherheit richtig beurtheilen. Sie beseitigt daher jede Willkühr und lehrt die Zuverlässigkeit jedes Schrittes würdigen. In andern Wissenschaften hat man von ihr nur ausnahmsweise Gebrauch gemacht, und in diesen werden nicht selten noch gegenwärtig Gesetze aufgestellt, die weder in sich begründet, noch durch die Erfahrung hinreichend bestätigt sind.

Nachdem ich mehrere Jahre hindurch mich mit Astronomie beschäftigt hatte und darauf zum Studium der Baukunst überging, überraschte mich der große Unterschied in der Begründung beider Wissenschaften. Einzelne, und zwar oft sehr unsichere Wahrnehmungen genügten zuweilen hier schon zur Herleitung allgemeiner Gesetze. Eben so verhielt es sich auch mit den Theorien, welche diese Gesetze bestätigen sollten. Oberflächliche Betrachtungen, die unter gewissen zweifelhaften Voraussetzungen den Zusammenhang der Erscheinungen ungefähr errathen ließen, vertraten vielfach die Stelle vollgültiger Beweise.

In neuerer Zeit sind zwar verschiedentlich die mechanischen Verhältnisse mit wissenschaftlicher Schärfe aufgefaßt und in Rechnung gestellt, doch vermißt man dabei noch immer die methodische Benutzung der Beobachtungen. Ganz allgemein begnügt man sich mit Mittelwerthen und läßt die Abweichungen der einzelnen Messungen unbeachtet, die doch

allein zur Beurtheilung der Sicherheit der Resultate dienen können. Diese Mittelwerthe verwechselt man aber mit den äußersten Grenzen und nennt eine Construction sicher, wenn man nach den zum Grunde liegenden Erfahrungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit ihren Einsturz und ihre Haltbarkeit erwarten kann. Eine solche Sicherheit genügt augenscheinlich nicht, woher man willkürlich gewisse Vielfache derselben den Entwürfen zum Grunde legt. In allen sonstigen Lebens-Verhältnissen ist die Sicherheit das Aeußerste, was man erstrebt, und nur selten erreicht man sie wirklich. Für mehrfache Sicherheit zu sorgen ist zwecklose Verschwendung der Mittel. Ueberraschend ist es daher, daß die Behörden und Gesellschaften, welche Bauten ausführen lassen, die Kosten dafür bewilligen, wenn in den Anschlägen von zeh- und zwanzigfacher Sicherheit die Rede ist, also zugestanden wird, daß nahe in gleichem Verhältnisse die Bausummen über das Bedürfnis hinaus gesteigert sind. Wenn der Schneider sagt, daß er zu einem Rocke drei Ellen Tuch braucht, so denkt niemand daran, der größern Sicherheit wegen ihm dreißig oder sechzig Ellen zu geben.

Diese eigenthümliche Auffassung ist indessen keineswegs ein an sich unschädlicher Irrthum, sie hat vielmehr jene Willkühr in der Veränderung der Mittelwerthe zur Folge. Wenn man auch vermuthen darf, daß für vielfach benutzte Baumaterialien und Constructions-Arten sich bereits passende Regeln durch die Erfahrung herausgestellt haben, so ist doch die unmittelbare Uebertragung derselben auf andre Fälle durchaus ungerechtfertigt und man muß dabei besorgen, daß man entweder die Haltbarkeit beeinträchtigt, oder den Bau unnöthiger Weise vertheuert.

Unter diesen Umständen wünschte ich meine Fachgenossen aufs Neue an die Benutzung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung zu erinnern. Hierzu bot sich die Gelegenheit, indem die Herren Ernst und Korn, in deren Verlag so viele und so wichtige Werke der Architektur und der Ingenieur-Wissenschaften erschienen sind, sich bereit erklärten, die noch vorhandenen Exemplare der ersten Ausgabe dieser Grundzüge dem früheren Verleger abzukaufen und zu vernichten, und die Herausgabe der vorliegenden Umarbeitung zu übernehmen.

Als jene erste Ausgabe vor dreißig Jahren veröffentlicht wurde, warnte mich mein berühmter Lehrer und väterlicher Freund Bessel vor der Erwartung baldiger Erfolge. Zehn Jahre werden vergehn, schrieb er mir, bevor Ihre Absicht gefaßt wird, und die folgenden zehn Jahre hindurch werden Ihre Leser sich noch besinnen, ob sie davon Gebrauch machen sollen.

Der erste Theil dieses Ausspruches hat sich vollständig bestätigt, und der zweite noch um so mehr, als die Wahrscheinlichkeits-Rechnung bis jetzt in den Hilfswissenschaften der Baukunst überaus selten Anwendung gefunden hat. Zum Theil mögen die Zeitverhältnisse die Verzögerung veranlaßt haben. Das Jahr 1848 brachte mit dem politischen Umschwunge auch die sogenannten praktischen Auffassungen zu einer überwiegenden Geltung. Wie der sinnreiche Junker von La Mancha es für gerathener hielt, an die Festigkeit seines verbesserten Helmes zu glauben, als ihn einer Probe zu unterwerfen, die er wahrscheinlich nicht bestanden hätte, so ist es viel bequemer und für die nächsten Zwecke viel förderlicher, aus einzelnen Erfahrungen allgemein gültige Regeln abzuleiten, als unbefangen und sorgsam diese Wahrnehmungen zu prüfen und zu untersuchen, zu welchen Schlüssen sie wirklich berechtigen.

Andrer Seits scheint aber auch manche Unklarheit in der Fassung der ersten Ausgabe der Benutzung des Buches störend entgegen getreten zu sein. Der Weg, den ich zur Herleitung des von Gauß aufgestellten Gesetzes in Betreff der Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Fehler gewählt hatte, war ohne Zweifel naturgemäße und einfach, so wie auch richtig, wenn die dabei eingeführten Voraussetzungen als gültig angesehen werden dürfen. Die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens der Fehler von verschiedener Größe wird in der That durch die Glieder des zur Potenz unendlich erhobenen Binomiums $1 + 1$ dargestellt, wenn die Abstände dieser Glieder von dem mittleren, der Größe der Fehler proportional sind. Die Uebereinstimmung stellt sich auch schon sehr nahe ein, wenn dieses Binomium nur zu irgend einer hohen, also etwa zur fünfzigsten Potenz erhoben wird. Trägt man diese Glieder als Ordinsten auf und eben so auch die nach

der Formel von Gauß berechneten Wahrscheinlichkeiten der um entsprechende Größen verschiedenen Fehler, so fallen beide Curven so nahe zusammen, daß man keine weitere Abweichungen bemerken kann, als daß in der ersteren die sehr großen Fehler, deren Wahrscheinlichkeit verschwindend klein ist, nicht mehr ausgedrückt sind. Für die in der Wirklichkeit vorkommenden Fehler würde daher das Gesetz schon mit genügender Schärfe sich dargestellt haben, wenn ich die Voraussetzung der unendlich vielen Fehler-Ursachen, die eben Bedenken erregt hat, nicht gemacht hätte. Diese Voraussetzung war aber die allgemeinste, die gewählt werden konnte, und irgend eine bestimmte Zahl ließe sich mit einigem Grunde dafür nicht einführen.

Ich habe hiernach keinen Anstand genommen, dieselbe Herleitung des Hauptsatzes beizubehalten, doch bin ich bemüht gewesen, diejenigen Schwierigkeiten zu beseitigen, die, wie mir bekannt, zuweilen Anstoß erregt haben. Auch in der Entwicklung der übrigen Gesetze sind vielfache Aenderungen eingeführt, während die Beispiele zur Erläuterung der Anwendung zum Theil durch andre ersetzt und Tabellen zur Erleichterung der Rechnung beigelegt sind. In dieser Weise ist beinahe das ganze Werk umgearbeitet. Nur der letzte Abschnitt, der vom Nivelliren handelt und der auch heutiges Tages noch vielfache Berücksichtigung verdienen dürfte, ist wesentlich ungeändert geblieben.

Am 1. Juni 1867.

G. Hagen.

Inhalts-Verzeichniss.

I. Abschnitt.

Hauptsätze der Wahrscheinlichkeits-Rechnung.

	Seite
§ 1. Zufällige Erscheinungen im Allgemeinen	1
2. Irrthum und Täuschungen	4
3. Wahrscheinlichkeit eines einfachen Ereignisses	6
4. Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens mehrerer von einander unabhängiger Ereignisse	8
5. Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens mehrerer von einander abhängiger Ereignisse	9
6. Wahrscheinlichkeit der Ursache eines Ereignisses	11
7. Wahrscheinlichkeit der Wiederkehr eines mehrfach eingetretenen Ereignisses	12
8. Werth einer Hoffnung	15
9. Einfluß äußerer Umstände auf den Werth eines gehofften Gutes	15
10. Beobachtungs-Fehler	21

II. Abschnitt.

Beziehung zwischen der Größe der Beobachtungs-Fehler und der Wahrscheinlichkeit ihres Vorkommens.

§ 11. Nachweis, daß diese Abhängigkeit wirklich stattfindet	25
12. Die Beobachtungs-Fehler entstehen aus unendlich vielen elementären Fehlern	26
13. Wahrscheinlichkeit der mehrfachen Wiederholung derselben zufälligen Erscheinung	29
14. Relative Wahrscheinlichkeit der Fehler von verschiedener Größe	31
15. Vereinfachung des Ausdruckes dieser Wahrscheinlichkeit	35

III. Abschnitt.

Die Methode der kleinsten Quadrate.

§ 16. Die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Fehler entscheidet über den Werth verschiedener Hypothesen	39
17. Berechnung der wahrscheinlichsten Werthe der gesuchten Constanten	41
18. Erleichterung der Rechnung durch Benützung der Quadrat-Tabellen	45
19. Zahlen-Beispiel dafür	48
20. Umformung der Ausdrücke, wenn die Unbekannten nicht als einfache Factoren auftreten	51
21. Erkennung der gleichmäßigen Schärfe in allen der Rechnung zum Grunde gelegten Beobachtungen	58
22. Das arithmetische Mittel	55

IV. Abschnitt.

Der wahrscheinliche Fehler.

§ 23. Der mittlere Fehler	56
24. Das mittlere Fehler-Quadrat	58
25. Der wahrscheinliche Fehler	59
26. Wahrscheinlichkeit des Vorkommens bestimmter Fehler	61
27. Wahrscheinlichkeit, daß die Fehler innerhalb bestimmter Grenzen bleiben	68