

DIE PERSPEKTIVISCHEN KREISBILDER DER KEGELSCHNITT

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649770755

Die Perspektivischen Kreisbilder der Kegelschnitt by Dr. Arthur von Oettingen

Except for use in any review, the reproduction or utilisation of this work in whole or in part in any form by any electronic, mechanical or other means, now known or hereafter invented, including xerography, photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, is forbidden without the permission of the publisher, Trieste Publishing Pty Ltd, PO Box 1576 Collingwood, Victoria 3066 Australia.

All rights reserved.

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade or otherwise, be lent, re-sold, hired out, or otherwise circulated without the publisher's prior consent in any form or binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

www.triestepublishing.com

DR. ARTHUR VON OETTINGEN

**DIE PERSPEKTIVISCHEN
KREISBILDER
DER KEGELSCHNITT**

Alexander Girard
DIE

PERSPEKTIVISCHEN KREISBILDER

DER

KEGELSCHNITTE

VON

DR. ARTHUR VON OETTINGEN

MIT 66 ABBILDUNGEN IM TEXT
UND AUF VIER TAFELN

LEIPZIG
VERLAG VON WILHELM ENGELMANN

1906

Alle Rechte, besonders das der Übersetzung, sind vorbehalten.

Druck von A. Hopfer in Burg b. M.

Vorwort.

Als vor fünf Jahren die „Elemente des geometrisch-perspektivischen Zeichnens“ erschienen, hatte der Verfasser gehofft, daß die auf Seite 69 bis 71 angedeutete Theorie der perspektivischen Kreisbilder von Kegelschnitten einen Bearbeiter finden würde. Das war bis zum vergangenen Jahre vergeblich erwartet worden, vermutlich weil die perspektivischen Zeichenmethoden noch immer wenig Anklang finden und lange nicht in dem Maße gewürdigt werden, wie sie es verdienen. In der Überzeugung, daß es eine dankbare Aufgabe wäre, die Eigenschaften der Kegelschnitte an Kreisbildern darzustellen, entschloß sich der Verfasser, die Studie selbst durchzuführen. Wenn auch die Beziehungen, die zwischen den projektivischen Figuren zweier Ebenen herrschen, als collineare Verwandtschaft längst bekannt und analytisch bearbeitet sind, so gewährte hier die Aufgabe doch ein eigenartiges Interesse. Es handelte sich darum, auf Grund der perspektivischen Methode, also mit Hilfe der wenigen hier gegebenen Regeln und praktischen Handhaben ohne anderweitige Hilfe die schönen Eigenschaften der Kegelschnitte zeichnerisch darzustellen. Hierbei enthüllte sich eine Menge schöner Beziehungen, die der perspektivischen Methode allein angehören. Um nur eines anzuführen: es gewähren die Punktsysteme auf dem Horizonte, die konjugierten Durchmesserpaaren oder den unendlich fernen Punkten der Tangenten und Normalen entsprechen, Anhaltspunkte für eine Darstellung, die keiner anderen Methode eigen sind. Auch die teilweise Unabhängigkeit der Eigenschaften von den drei Hauptstücken der

Perspektive, Horizont, Hauptpunkt und Augendistanz verdient Beachtung. Auf andere Vorteile wird in der Einleitung hingewiesen.

Am Schluß findet der Leser ein Verzeichnis von Berichtigungen — nicht zur vorliegenden Arbeit, denn deren bedarf es hoffentlich nicht — aber zu den „Elementen geometrisch-perspektivischen Zeichnens“, auf die in vielen Fällen in vorliegender Arbeit verwiesen worden ist. Dieses Verzeichnis kann auch durch die Verlagsbuchhandlung bezogen werden von allen, die jenes Buch bereits besitzen.

Leipzig, 29./16. März 1906.

Dr. Arthur von Oettingen.

Inhalt.

	Seite
<i>Einleitung: Methode der perspektivischen Kreisbilder</i>	1
Vorzüge und Nachteile der Methode. Plan der Untersuchung und Voraussetzungen	1
A. Allgemeine Deutung der perspektivischen Kreisbilder. Vom Horizont allein abhängige, von der Distanz unabhängige Eigenschaften	4
a) Ellipsen	6
b) Parabeln	8
c) Hyperbeln	10
B. Eigenschaften der Kreisbilder, deren Darstellung vom Augenort abhängt	14
I. Konstruktion der Achsen	14
a) Ellipsen	14
1. Bestimmung des Augenpunktes bei gegebenem Hauptachsenpaar	14
2. Ausmessung der Achsenlängen	14
3. Veränderung der Augenstellung bei gleichbleibender Achsenrichtung	15
4. Änderung der Ellipsen bei Änderung der Augenstellung	15
5. Stellung des Auges, wenn ein Kreis flüchtig darstellt	16
6. Das elliptische Punktsystem der Flächpunkte konjugierter Durchmesserpaare auf dem Horizonte	16
7. Ausmessung geometrisch-paralleler Sehnen	16
8. Bestimmung der Achsenrichtung bei beliebig gewählter Stellung des Auges	16
9. Wann erscheinen die Ellipsen orthogonal gestreckt, wann brachial?	17
10. Konstruktion der Achsenrichtung	17
11. Spielraum der Achsenrichtungen bei Konstruktion äquikonjugierter Durchmesser	18
12. Änderung der Augenstellung	19
13. Das hyperbolische Kreisystem im Bilde	19
14. Folgen einer Änderung der Augenstellung	21
15. Bestimmung der Achsen der gesamten hyperbolischen Kreisschar	21
16. Form der Ellipsen und Spielraum der Achsen, je nach der Augenstellung	21
b) Parabeln	21
1. Bestimmung der Augenstellung, wenn die Achsenrichtung gegeben ist	22
2. Spielraum der Augenstellung bei gegebener Parabelachse . Lösung in Form parabolischer konjugierter Kreisscharen	22
3. Bestimmung der Parabelachse bei gegebener Augenstellung	23
4. Spielraum der Achsen	23
5. Deutung der parabolischen Kreisschar als Parabelschar	23

	Seite
c) Hyperbeln	24
1. Bestimmung der Augendistanz bei gegebener Achsenrichtung	24
2. Das hyperbolische Punktesystem des Horizontes in Beziehung zur Achsenrichtung und die hyperbolische Kreisschar der Augenorte	25
3. Die Hyperbeln der gleichen Mittelpunkte bei gleichbleibendem Horizont	25
4. Bestimmung der Achsen bei gegebener Augenstellung	26
5. Bestimmung der Richtung und Länge der Nebenachse	26
6. Spielraum der Achsen bei veränderter Augenstellung	26
7. Winkel der Asymptoten mit den Achsen	27
8. Die konjugierte Hyperbel	27
9. Gleichseitige Hyperbeln und Änderung der Augenstellung	27
10. Schar gleichseitiger Hyperbeln	27
II. Sätze, die in-Beziehung stehen zu den Achsenkreuzen	28
a) Ellipsen :	
1. Orthogonal gestreckte Ellipsenbilder der Achsenkreuze	29
2. Vergrößerung der Augendistanz	30
3. Der Achsenkreis erscheint auch im Bilde als Kreis	30
4. Kleinere Augendistanz	32
b) Parabeln	32
1. Annäherung der Achsenkreuze	32
c) Hyperbeln	32
1. Abbildung der Achsenkreuze	33
2. Der Hebenachsenkreis kann als Ellipse, Kreis, Parabel oder Hyperbel erscheinen, je nach der Augendistanz	33
3. Deckung der beiden Achsenkreisbilder	34
4. Veränderung der Augenstellung, je nach der Gestalt der Achsenkreisbilder	35
III. Eigenschaften der Kegelschnitte, die unabhängig von der Bestimmung des Brennpunktes sind	37
a) Ellipsen	
1. Die Ellipsenpunkte in ihrer Beziehung zu den Achsenkreuzen	37
2. Konjugierte Durchmesser und die Achsenkreisbilder	38
3. Metrische Beziehungen der Achsenlängen	39
4. Die Tangente und ihr Durchschnitt mit der Hauptachse	39
5. Der Ellipsograph	39
b) Hyperbeln	41
1. Das Parallelogramm aus Asymptoten und ihren Parallelen	41
2. Polaren von Asymptotenpunkten	41
3. Konjugierte Durchmesser und Asymptoten	42
4. Sekantenstrecken zwischen Kurven und Asymptoten	42
5. Tangentenstrecken zwischen Berührungspunkt und Asymptoten	42
6. Asymptoten und Tangenten	43
7. Sekanten und Asymptoten	43
8. Durchmesser, Sehnen und Asymptoten	45
9. Sehnenwinkel und die Asymptoten	45
10. Sekanten, ihre Pole und die Asymptoten	45
IV. Fokaleigenschaften	46
a) Ellipsen und Hyperbeln	46
1. Exzentrizität, Fokaldistanz	47

	Seite
2. Tangenten, Normalen und Brennpunkte	47
3. Hyperbolische Punktesysteme der Durchschnitte von Tangenten und Normalen mit der Hauptachse	48
4. Brennstrahlen, Radius vector, Fokalsehnen, Parameter, Directrix	48
5. Polaren der Directrixpunkte	48
6. Strahlensysteme im Brennpunkte	48
7. Spezielle Punktpaare auf der Directrix	49
8. Das elliptische Punktesystem auf der Directrix	49
9. Fokalstrahlen und Exzentrizität	50
10. Die Exzentrizität in Beziehung zur Augendistanz	50
11. Vergrößerung der Augendistanz	50
12. Konstruktion der Directrix	51
13. Parametersätze	52
14. Fokalsehnen	53
15. Brennstrahlen, deren Summe, Differenz und Produkt	54
16. Tangente, Normale und Brennstrahlwinkel	54
17. Normalenschnitte	55
18. Normalenstrecken und ihre Projektionen	55
19. Brennpunktabstände von Tangenten	56
20. Brennpunkte und Achsenkreuz	57
21. Tangentenwinkel und Brennstrahlwinkel	57
22. Zum Brennstrahl parallele Durchmesser	57
23. Symmetriepunkte der Brennpunkte	58
24. Durchmesser, Fokalstrahl und Directrix	58
25. Spezielle Punkte der Directrix	59
26. Zeichnung von Durchmessern nach imaginären Punkten	60
27. Das elliptische Punktesystem des Horizontes und die Directrix	61
28. Tangente und Brennstrahlen	61
29. Der Brennstrahl des Poles einer Fokalsehne ist senkrecht zu ihr	62
30. Brennstrahlenwinkel nach Schnittpunkten einer Tangente mit festen Tangenten	62
31. Schnitt von Tangenten mit Scheiteltangenten	63
32. Brennstrahlen, Hauptachsen und Scheiteltangenten	64
33. Sehnenwinkel und Directrix	64
34. Fokalstrahlen und Asymptoten	66
35. Brennstrahlstrecken und Entfernung von der Directrix	66
b) Parabeln	67
1. Konstruktion des Brennpunktes	67
2. Tangenten, Normalen und Brennpunkt	68
3. Brennstrahl und Directrix, Brennpunkt, Scheitel und Directrix	69
4. Tangente, Brennstrahl und Achse	69
5. Tangente, Brennstrahl und Scheiteltangente	69
6. Brennstrahl- und Tangentenwinkel	70
7. Fokalsehne und Tangenten	70
8. Durchschnitt dreier Tangenten	70
9. Die orthogonale und die brachiale Tangente schneiden sich auf der Parabelachse in einem Punkte der Directrix bei bestimmter Angehung	72
10. Senkrecht zu einander stehende Tangenten und die Directrix	73
11. Durchschnittspunkte dreier Tangenten und der Brennpunkt	74
12. Der Hauptpunkt in der Mittellinie und das elliptische Punktesystem auf dem Horizont	74