

# **GEOMETRISCHE WAHRSCHEINLICHKEIT EN UND MITTELWERTE**

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649137442

Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte by Emanuel Czuber

Except for use in any review, the reproduction or utilisation of this work in whole or in part in any form by any electronic, mechanical or other means, now known or hereafter invented, including xerography, photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, is forbidden without the permission of the publisher, Trieste Publishing Pty Ltd, PO Box 1576 Collingwood, Victoria 3066 Australia.

All rights reserved.

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.  
Cover @ 2017

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade or otherwise, be lent, re-sold, hired out, or otherwise circulated without the publisher's prior consent in any form or binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

[www.triestepublishing.com](http://www.triestepublishing.com)

**EMANUEL CZUBER**

**GEOMETRISCHE  
WAHRSCHEINLICHKEIT  
EN UND MITTELWERTE**



GEOMETRISCHE  
WAHRSCHEINLICHKEITEN  
UND  
MITTELWERTE.

VON  
EMANUEL CZUBER.

MIT 115 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN.



LEIPZIG,  
VERLAG VON B. G. TEUBNER.  
1884.

## Vorrede.

---

Das vorliegende Buch ist der erste Versuch einer zusammenfassenden Darstellung des jüngsten Zweiges der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Theorie der geometrischen Wahrscheinlichkeiten.

Die erste Anregung, geometrische Beziehungen in den Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu ziehen, wurde allerdings schon um die Mitte des vorigen Jahrhunderts durch einige Aufgaben gegeben, welche Buffon in seinem *Essai d'Arithmétique Morale* aufgestellt und gelöst hat; eine dieser Aufgaben, das später so benannte Nadelproblem, zusammen mit einer ähnlichen schwierigeren hat auch Laplace in sein monumentales Werk aufgenommen. Doch blieb es lange bei diesen vereinzeltten Problemen und erst in den letzten Decennien wurde der Gegenstand von neuem aufgenommen. Vornehmlich waren es mehrere namhafte englische und einige französische Mathematiker, welche sich denselben mit einer gewissen Vorliebe bemächtigten und zahlreiche Arbeiten darüber in verschiedenen Fachschriften niederlegten. Genannt seien Colonel A. R. Clarke, H. Mc'Coll, E. B. Seitz, J. J. Sylvester, S. Watson, Rev. J. Wolstenholme, W. S. B. Woolhouse, deren Arbeiten in den *Educational Times* erschienen sind, dann E. Barbier,

C. Jordan, E. Lemoine, L. Lalanne, die in Liouvilles Journal, in den Comptes rendus u. a. O. einschlägige Arbeiten veröffentlicht haben. Allen voran aber muss M. W. Crofton, Professor an der Kriegsakademie in Woolwich, genannt werden, der abgesehen von mehreren kleineren Aufsätzen in einer grundlegenden Abhandlung (in den Philosophical Transactions 1868) diejenigen Probleme der geometrischen Wahrscheinlichkeit behandelte, welche auf willkürlich gezogene Gerade und willkürlich gelegte Ebenen sich beziehen. Croftons Methoden zeichnen sich durch Eleganz und einen hohen Grad von Allgemeinheit aus; ihm gebührt auch das Verdienst, diese Methoden als ein neues Hilfsmittel in die Analysis, speciell die Integralrechnung eingeführt zu haben, wodurch der neue Gegenstand gewiss ein allgemeineres Interesse gewonnen hat.

Was die geometrischen Mittelwerte anlangt, welche den zweiten minder umfangreichen Teil des Buches bilden, so ist ihre Aufnahme durch die engen Beziehungen, welche sie zu den geometrischen Wahrscheinlichkeiten haben, vollauf begründet. Grundlagen und Methoden sind beiden gemeinschaftlich; überdies lassen sich Probleme des einen Gebiets häufig mit Vorteil auf das andere übertragen.

Im ersten Teile wurden die elementaren Raumbilde: Punkt, Gerade und Ebene zur Grundlage der Einteilung gewählt. Innerhalb dieser Haupt- und ihrer Nebenabschnitte sind die Probleme sowohl nach dem Grade der Schwierigkeit als nach den Methoden ihrer Lösung geordnet worden. Im zweiten Teile wurde von einer äusserlichen Einteilung der Materie Umgang genommen; doch sind auch hier die

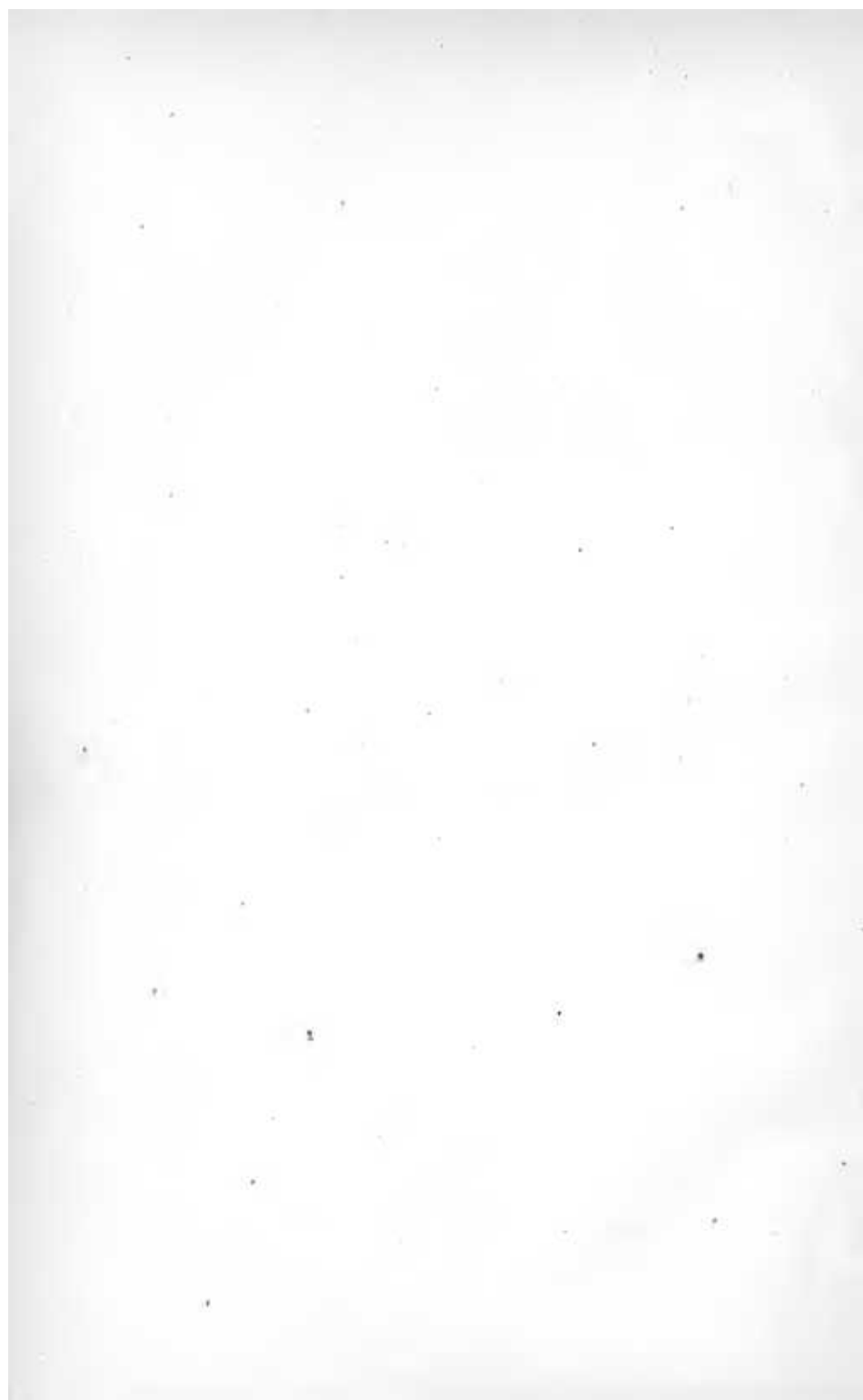
Mittelwerte von Linien denjenigen von Flächen vorangestellt und im übrigen die Methoden als Motiv der Anordnung angenommen.

Bevor ich schliesse, halte ich mich für verpflichtet, den Herren Dr. C. Ohrtmann und Dr. Felix Müller in Berlin für die Freundlichkeit, mit welcher sie mir einige litterarische Behelfe zur Verfügung stellten, und der geehrten Verlags- handlung für die schöne Ausstattung zu danken.

Prag, im Mai 1884.

Der Verfasser.





# Inhaltsverzeichnis.

---

## Erster Teil.

### Geometrische Wahrscheinlichkeiten.

	Seite
Einleitung . . . . .	1

#### Erstes Kapitel.

Willkürlich angenommene Punkte . . . . .	8
1. Punkte in Linien . . . . .	10
2. Punkte in Flächen . . . . .	52
3. Punkte im Raume . . . . .	69

#### Zweites Kapitel.

Willkürlich gezogene Gerade . . . . .	77
1. Gerade in der Ebene . . . . .	77
2. Gerade im Raume . . . . .	165

#### Drittes Kapitel.

Willkürlich gelegte Ebenen . . . . .	174
--------------------------------------	-----

## Zweiter Teil.

### Geometrische Mittelwerte.

Einleitung . . . . .	184
Sätze und Aufgaben . . . . .	189

---

