

**DYNAMIK
CONTINUIRLICH
VERBREITETER MASSEN**

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649201440

Dynamik kontinuierlich verbreiteter Massen by H. von Helmholtz & Otto Krigar-Menzel

Except for use in any review, the reproduction or utilisation of this work in whole or in part in any form by any electronic, mechanical or other means, now known or hereafter invented, including xerography, photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, is forbidden without the permission of the publisher, Trieste Publishing Pty Ltd, PO Box 1576 Collingwood, Victoria 3066 Australia.

All rights reserved.

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade or otherwise, be lent, re-sold, hired out, or otherwise circulated without the publisher's prior consent in any form or binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

www.triestepublishing.com

H. VON HELMHOLTZ & OTTO KRIGAR-MENZEL

**DYNAMIK
CONTINUIRLICH
VERBREITETER MASSEN**

DYNAMIK
CONTINUIRLICH VERBREITETER
MASSEN

VON
H. VON HELMHOLTZ.

HERAUSGEGEBEN VON
OTTO KRIGAR-MENZEL.

MIT 9 FIGUREN IM TEXT.



58416
12/12/02

LEIPZIG,
VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.
1902.

Vorwort.

Der vorliegende Band enthält die Bearbeitung der Vorlesungen, welche H. VON HELMHOLTZ während des Sommersemesters 1894 im physikalischen Institut der Berliner Universität gehalten hat. Als Grundlage diente eine im Auftrage angefertigte, wörtliche Nachschrift. Diese Vorlesungen nahmen bereits am 11. Juli, wegen der plötzlich eingetretenen Erkrankung, der der Meister am 8. September erlag, ein vorzeitiges Ende. Der bis dahin vorgetragene und hier wiedergegebene Stoff bildet indessen ein in sich ziemlich abgeschlossenes Lehrgebäude, dessen Hauptgegenstand die Elasticität der festen Körper ist; einige Abschnitte erstrecken sich übrigens gleichermaßen auch auf die flüssigen Aggregatzustände.

Aus dem sehr knappen Notizbuch zu diesen Vorlesungen ist zu erkennen, daß im unmittelbaren Anschluß an die in den letzten Paragraphen dieses Bandes gebrachte Theorie der Kugelwellen noch die, durch Integration nach der Zeit gewonnene, Erweiterung des GREEN'schen Satzes vorgetragen werden sollte. Da nun aber diese Betrachtungen mit allen ihren die Lösungen der Wellengleichung betreffenden Folgerungen im III. Bande dieser Sammlung (§ 49 u. ff.) und auch im V. Bande (§ 39 u. ff.) ausführlich wiedergegeben sind, so schien eine dritte Auseinandersetzung über dasselbe Thema an dieser Stelle überflüssig, zumal kein neuer mündlicher Vortrag des Meisters darüber vorlag.

Alle weiteren im Notizbuch folgenden Skizzen beziehen sich auf specielle Hydrostatik und Hydrodynamik. Sie sind oft nur durch ein Kennwort oder durch bekannte Formeln (LAGRANGE, EULER) angedeutet und betreffen, so weit zu erkennen, die üblichen Fragen, deren Behandlung anderweitig in Lehrbüchern etc. leicht

zu finden ist. Der Verlust besteht hier wohl nur darin, daß die eigenartigen Nebenbemerkungen und Ausblicke, welche HELMHOLTZ in seinem improvisirten Vortrage auch bei Behandlung altbekannter Dinge einflechten und eröffnen konnte, für diesen nicht gehaltenen Theil der Vorlesungen mit ihm ins Grab gesunken sind.

Den Schlufs des Semesters sollte die Theorie der Wirbelbewegungen füllen: Alle Notizen darüber decken sich mit dem Inhalt der berühmten und heutzutage überall leicht zugänglichen Abhandlung über dieses Thema.

Berlin, Juni 1902.

Otto Krigar-Menzel.

Inhalt.

Erster Theil.

Kinematik continuirlich verbreiteter Massen. Geordnete Verrückungen.

	Seite
§ 1. Die Vorstellung continuirlich verbreiteter Massen	1
§ 2. Verhältniß zur Molekular-Hypothese	2
§ 3. Ungeordnete und geordnete Bewegungen	4
§ 4. Geordnete Verrückungen continuirlicher Massen	7
§ 5. Analytische Darstellung geordneter Verrückungen	9
§ 6. Gesetzmäßigkeiten der geordneten Verrückungen im Inneren kleiner Bereiche continuirlich verbreiteter Massen	12
§ 7. Deformationen	16
§ 8. Kleine Deformationen. Superposition	17
§ 9. Absonderung der Drehung	20
§ 10. Haupt-Dilatationen	25
§ 11. Synthese der allgemeinen Deformation	33
§ 12. Volum-Dilatationen	37
§ 13. Scheerungen	40
§ 14. Synthese der allgemeinen Deformation aus Scheerungen und einer reinen Volumveränderung	48

Zweiter Theil.

Dynamik continuirlich verbreiteter Massen.

§ 15. Einleitung. Strain und Stress	55
§ 16. Structur	56
§ 17. Arbeit bei einer Verrückung	57
§ 18. Die inneren Kräfte folgen dem Reactionsprincip und sollen conservativ sein	58
§ 19. Die potentielle Energie der inneren Kräfte in einem System discreter Massenpunkte	59
§ 20. Die potentielle Energie deformirter elastischer Kräfte	63
§ 21. Die Variation $\delta \Phi$ bei einer virtuellen Verrückung des deformirten Bereiches	66
§ 22. Auffindung der äußeren Kräfte, welche den deformirten Bereich in Ruhe halten	70
§ 23. Die Flächenkräfte im Inneren der deformirten Substanz	73
§ 24. Elementare Veranschaulichung der gewonnenen Resultate	78
§ 25. Haupt-Drucke	83
§ 26. Gleichgewicht der elastischen Kräfte an der Grenze heterogener Substanzen	86
§ 27. Gestalt der Function φ	91
§ 28. Die Function φ für Flüssigkeiten	94
§ 29. Vereinfachung von φ für feste Körper beim Auftreten von Structur-Symmetrien	98

	Seite
30. Isotrope Körper. Excurs über gewisse Invarianten	105
31. Die Function φ für isotrope Körper	115
32. Ueber die verschiedenen Werthe der Zahl θ und des Größenverhältnisses zwischen H und K	121
33. Die elastischen Kräfte in isotropen Körpern dargestellt durch die Deformationen	126
34. Dimensionen und Größenordnungen	132

Dritter Theil.

Anwendungen auf das elastische Gleichgewicht deformirter isotroper Körper. Die Deformationen sind vorgeschrieben, die Kräfte werden gesucht.

35. Einleitung	135
36. Gleichförmige Deformationen. Vernachlässigung der Wirkung der Schwerkraft	137
37. Gleichförmige reine Volumveränderung	140
38. Gleichförmige reine Doppelscherung	141
39. Zwei gleiche Hauptdilatationen	145
40. Fortsetzung. Auf den Cylindermantel wirken keine Kräfte. Spannung eines Drahtes	148
41. Torsion	153
42. Torsion eines Kreiscylinders	161
43. Biegung	168
44. Fortsetzung. COUSU'S Methode zur Messung von μ	178
45. Biegung horizontaler Stäbe durch Belastung der Enden	185
46. KIRCHHOFF'S Methode zur Bestimmung des Größenverhältnisses zwischen den beiden elastischen Constanten isotroper Körper	188

Vierter Theil.

Gleichgewicht und Bewegungen in continuirlich verbreiteten Massen. Die Kräfte sind vorgeschrieben, die Verrückungen werden gesucht.

47. Einleitung	192
48. Die Differentialgleichungen für die Volumdilatation und die drei Drehungscomponenten	192
49. Ueber mancherlei Lösungen der Gleichung $\Delta\varphi = 0$	197
50. Der GREEN'SCHE Satz	201
51. Eindeutigkeit der Lösungen	205
52. Allgemeine Methode der Integration für die Differentialgleichung $\Delta\varphi = -4\pi f$	207
53. Bestimmung der den vorbergehenden Lösungen entsprechenden Verrückungen	213
54. Bewegungen in elastischen Körpern	219
55. Ebene Wellen	223
56. Transformation von $\Delta\varphi$ zum Gebrauche räumlicher Polarcoordinaten	231
57. Kugelwellen	235
58. Longitudinale Kugelwellen	238
59. Transversale Kugelwellen	242

Erster Theil.

Kinematik continuirlich verbreiteter Massen. Geordnete Verrückungen.

§ 1. Die Vorstellung continuirlich verbreiteter Massen.

Einzelne Massenpunkte und Systeme von discreten Massenpunkten waren die Bilder, unter welchen im ersten Bande dieser Vorlesungen die Naturkörper vorgestellt wurden, an der Handhabung dieser Begriffe wurden die allgemeinen grundlegenden Principien der Dynamik entwickelt. Wir waren uns dabei bewußt, daß jenes Bild nur eine die Betrachtungen vereinfachende Abstraction sei, deren Folgerungen in gewissen Erscheinungsgebieten die Thatfachen hinreichend vollständig und kurz darzustellen geeignet sind. Die elastischen Erscheinungen indessen, welche in diesem Bande betrachtet werden sollen, lassen sich nicht gut in ihrer ganzen Allgemeinheit aus dieser Vorstellung der Massen theoretisch entwickeln, wir wollen zu diesem Zwecke vielmehr den entgegengesetzten Grenzfall für die gedachte Constitution der Materie zu Grunde legen, daß nämlich die Masse den von ihr eingenommenen Raum continuirlich ausfüllt. Diese Vorstellung ist ebenfalls nur eine Abstraction, ein Bild, und zwar eines, welches durchaus unseren sinnlichen Wahrnehmungen entspricht, die wir durch die Empfindungen des Tastgefühls und des Auges von den Naturkörpern zugeführt erhalten. Im Begriff der continuirlich verbreiteten Masse liegt die Anschauung, daß man ein bestimmtes Quantum von Masse nur durch Abgrenzung eines geschlossenen Volumens herauserschneiden kann, und daß bei zunehmender Kleinheit dieses Volumens eine Proportionalität zwischen dessen Größe und der dadurch abgegrenzten Masse mehr und mehr erfüllt wird, deren Proportionalitätsfactor — die Raumdichtigkeit oder kurz Dichtigkeit der Masse — als fester Grenzwert

dann nicht mehr davon abhängt, bis zu welchem Grade man die Verkleinerung des Volumens treibt. Dieser Grenzwert kann freilich an verschiedenen Stellen des mit Masse erfüllten Raumes und bei Bewegungen der continuirlichen Masse auch an derselben Stelle zu verschiedenen Zeiten verschiedene Werthe annehmen. Diese Vorstellung ist wesentlich verschieden von der früheren, welche die Körper aus discreten ausdehnungslosen Massenpunkten zusammengesetzt denkt, deren jeder eine bestimmte Massengröße repräsentirt. Zwar so lange man Volumina abgrenzt, welche eine sehr große Zahl von Massenpunkten umschließen, kann man den Quotienten der gesammten umschlossenen Summe von Massen dividirt durch das Volumen als mittlere Dichtigkeit der Masse definiren, wenn man aber das Volumen kleiner und kleiner werden läßt, so kommt man schließlich zu Räumen, welche nur noch wenige Massenpunkte enthalten; von einem festen Grenzwert ist dabei keine Rede, jenes Verhältniß wird vielmehr um so unbestimmter, je weiter man die Verkleinerung treibt.

§ 2. Verhältniß zur Molekular-Hypothese.

Es soll nun, wie wir schon durch die Bezeichnung Abstraction oder Bild andeuteten, nicht behauptet werden, daß die Vorstellung der continuirlich verbreiteten Massen, wegen ihrer Conformität mit der grobsinnlichen Wahrnehmung, den in der Natur vorliegenden Gebilden vollkommen entspricht. Ueber die letzte Zertheilung der Massen wissen wir überhaupt nichts erfahrungsmäßig Bestimmtes, wir können darüber nur Hypothesen aufstellen, die uns womöglich das gesammte Verhalten der Körper, nicht nur das mechanische, sondern namentlich auch das thermische und chemische Verhalten erklären sollen, und da hat sich sowohl die ältere Naturphilosophie wie auch in bestimmterer Form die moderne Wissenschaft die Anschauung gebildet, daß als letzte Elemente, welche die Massen zusammensetzen, die Atome anzusehen sind oder regelmäsig gebildete fest verbundene Gruppen einer endlichen Anzahl von Atomen, die Molekeln, welche in den wichtigsten mechanischen Eigenschaften dem Bilde der discreten Massenpunkte entsprechen, die mit ihnen eigenthümlichen Centralkräften auf einander wirken. Man wird im weiteren Ausbau dieser Hypothese dazu genöthigt anzunehmen, daß die Molekularkräfte in solchen Distanzen, welche die Nachbarmolekeln im festen und tropfbaren Zustande von einander trennen, sehr groß