

**DIE VEKTORANALYSIS UND IHRE
ANWENDUNG IN DER
THEORETISCHEN PHYSIK. TEIL I.
DIE VEKTORANALYSIS MIT 27
TEXTFIGUREN**

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649771394

Die Vektoranalysis und ihre Anwendung in der theoretischen Physik. Teil I. Die vektoranalysis mit 27 textfiguren by W. v. Ignatowski

Except for use in any review, the reproduction or utilisation of this work in whole or in part in any form by any electronic, mechanical or other means, now known or hereafter invented, including xerography, photocopying and recording, or in any information storage or retrieval system, is forbidden without the permission of the publisher, Trieste Publishing Pty Ltd, PO Box 1576 Collingwood, Victoria 3066 Australia.

All rights reserved.

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade or otherwise, be lent, re-sold, hired out, or otherwise circulated without the publisher's prior consent in any form or binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

www.triestepublishing.com

W. V. IGNATOWSKI

**DIE VEKTORANALYSIS UND IHRE
ANWENDUNG IN DER
THEORETISCHEN PHYSIK. TEIL I.
DIE VEKTORANALYSIS MIT 27
TEXTFIGUREN**

45v
111
2

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE SCHRIFTEN
FÜR INGENIEURE UND STUDIERENDE
HERAUSGEGEBEN VON E. JAHNKE

6,1

DIE VEKTORANALYSIS

UND IHRE ANWENDUNG IN DER
THEORETISCHEN PHYSIK

VON

DR. W. v. IGNATOWSKY

IN GIESSEN

TEIL I

DIE VEKTORANALYSIS

MIT 27 TEXTFIGUREN



102869
27/6/10

LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER

1909

QA
261
I56
T.1

COPYRIGHT 1909 BY B. G. TEUBNER IN LEIPZIG

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES UeBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN

Vorwort.

Obwohl es schon eine größere Anzahl von Schriften über Vektoranalysis gibt, bin ich doch gern der Aufforderung des Herausgebers dieser Sammlung nachgekommen, ein Buch über denselben Gegenstand zu schreiben. Denn wegen der fundamentalen Bedeutung der Vektoranalysis für die Behandlung der theoretischen Physik kann es nur von Vorteil sein, wenn diese Methode von möglichst vielen Seiten beleuchtet wird. Andererseits glaube ich auch in diesem Buche einiges Neue zu bieten, wie dies der kundige Leser sofort bemerken wird.

Die Vektoranalysis fordert, wie jede neue Methode, eine gewisse Mühe, um sich mit ihr vertraut zu machen. Man darf aber diese verhältnismäßig leichte Mühe nicht scheuen. Denn hat man sich einmal mit den Regeln der Vektoranalysis vertraut gemacht, so wird man ihre Vorteile bald schätzen lernen. Ein Vorteil besteht darin, daß man sich schnell über die räumliche Verteilung verschiedener Größen Klarheit schaffen und mit ihnen rechnen kann, ohne an ein bestimmtes Koordinatensystem gebunden zu sein.

Der nächste Schritt, nachdem man sich gewisse räumliche Vorstellungen einer physikalischen Erscheinung zurechtgelegt hat, besteht darin, diese Vorstellungen durch analytische Formeln auszudrücken. Hierbei wird man zur Vektoranalysis greifen, um mit ihrer Hilfe diese Vorstellungen zu fixieren und zu ordnen. Die weiteren Rechnungen übernimmt die gewöhnliche Analysis, deren Sache es auch ist, die vektoranalytischen Transformationen in ihrer Sprache auszudrücken.

Dieser Anschauung entsprechend, zerfällt das vorliegende Buch in zwei Teile. Der erste Teil behandelt die Vektoranalysis als selbständige Disziplin, ohne auf ein bestimmtes Gebiet der Physik zugeschnitten zu sein. Dabei wird aber immer im Auge behalten, daß das Buch für Physiker bestimmt ist. Jeglicher Gebrauch von Koordinatensystemen zum Beweise irgendwelcher vektoranalytischen Transformationen ist gänzlich vermieden. Der Schwerpunkt der Vektoranalysis liegt in der Untersuchung der räumlichen Verteilung eines Vektors und seiner Ab-

hängigkeit von der Zeit. Deshalb ist hierauf besonderes Gewicht gelegt. Andererseits glaubte ich auch die sogenannten Tensoren ausführlicher behandeln zu müssen, da sie in der theoretischen Physik vorkommen und ihre Kenntnis den zweiten Teil dieses Buches von vielen Transformationen entlastet.

Der zweite Teil behandelt einige Gebiete der theoretischen Physik zu dem Zweck, die Anwendbarkeit der Vektoranalysis zu zeigen. Deshalb ist selbstverständlich von jedem Beweis der Grundlagen der einzelnen Gebiete abgesehen, um so mehr, als diese in den verschiedenen Bändchen dieser Sammlung behandelt werden sollen. Es ist nur gezeigt worden, wie man mit Hilfe der Vektoranalysis leicht von den Grundlagen bis zu gewissen Endformeln, resp. Resultaten gelangen kann. Das erfordert mit Hilfe der gewöhnlichen Analysis oft umständliche Rechnungen, welche die Übersicht erschweren. Die Vektoranalysis hingegen läßt uns nie den Faden beim Gedankengange verlieren, da sie ständig unsere Raumvorstellungen fixiert.

Die Darstellung selbst ist, dem Ziel dieser Sammlung entsprechend, so gehalten, daß ein Leser, welcher mit der Differential- und Integralrechnung vertraut ist, die verschiedenen Rechnungen verfolgen kann. Um das Aufsuchen der verschiedenen Formeln zu erleichtern, ist am Schluß des ersten Teiles eine Tafel hinzugefügt, welche die wichtigsten Formeln enthält.

Zum Schluß möchte ich die Gelegenheit benutzen, um dem Herausgeber dieser Sammlung, sowie Herrn Ingenieur Fritz Emdé (Berlin) und Herrn Prof. Dr. H. W. Schmidt (Gießen) für manchen wertvollen Hinweis und Ratschlag, welche zur Klärung des Textes beigetragen haben, und auch für die Mühe, der sich die genannten Herren bei Lesung der Korrekturen unterzogen haben, meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen.

Gießen, Juli 1909.

W. v. Ignatowsky.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorwort	III
Literaturverzeichnis	VII

Kapitel I.

Elementare Vektoroperationen.

Einleitung	1
1. Addition und Subtraktion von Vektoren	2
2. Einführung eines rechtwinkligen Achsensystems	4
3. Multiplikation von Vektoren. Skalares Produkt	5
4. Das Vektorprodukt	6
5. Produkte von drei und vier Vektoren	9

Kapitel II.

Differentialoperationen.

6. Differentiale von Vektoren und von Produkten von Vektoren	12
7. Differentialquotienten	14
8. Einführung des Operators ∇	14
9. Anwendungen des Operators ∇	16
10. Weitere Beispiele für den vektoriellen Differentialquotienten erster Ordnung	21
11. Die Behandlung von ∇ als Vektor	24
12. Vektorielle Differentialquotienten zweiter Ordnung.	27

Kapitel III.

Integraloperationen.

13. Die Operation rot, der Stokessche Satz und andere Linien- integrale.	29
14. Der Gaußsche Satz und andere Oberflächenintegrale.	31

Kapitel IV.

Allgemeine Folgerungen.

15. Rotor und Divergenz des Radiusvektors \mathbf{r}	34
16. Die Änderung eines Vektors in der nächsten Umgebung eines festen Punktes	35
17. Darstellung eines Vektors als Summe eines Rotors und eines Gradienten	38
18. Anderer Beweis der vorstehenden Zerlegung.	42
19. Der Greensche Satz	44

	Seite
20. Das Potential	46
21. Partielle Differentiation	50
22. Einführung der Abhängigkeit von der Zeit	51
Kapitel V.	
Allgemeine Bemerkungen.	
23. Mehrfach zusammenhängende Räume	55
24. Mehrdeutige Funktionen	58
25. Unstetigkeiten	61
26. Ableitung einiger allgemeinen Ausdrücke	64
Kapitel VI.	
Geometrische Darstellung.	
27. Vektorlinien und Niveauflächen	67
28. Lamellare Felder	68
29. Solenoidale Felder	69
30. Allgemeiner Fälle	70
Kapitel VII.	
Analytische Darstellung.	
31. Skalares und vektorielles Produkt	72
32. Tangente und Krümmungsradius einer Raumkurve	72
33. Einführung krummliniger orthogonaler Koordinaten	73
34. Einige vektoranalytische Operationen ausgedrückt mittelst orthogonaler krummliniger Koordinaten	77
35. Beispiele	81
36. Einführung der Krümmungsradien der zu den Vektorlinien orthogonalen Flächen	83
Kapitel VIII.	
Verschiedene Arten von Vektoren.	
37. Polare und achsiale Vektoren	85
38. Gewöhnliche und Pseudoskalare	87
39. Allgemeine Sätze	88
40. Tensoren	90
41. Dyaden	93
42. Das Tensorellipsoid	95
43. Koordinatentransformation	97
44. Weitere Eigenschaften eines Tensors	98
45. Hilfstensoren	102
Formeltafel	109
Sachregister	112

Literaturverzeichnis.

- Abraham, M.** Geometrische Grundbegriffe. Encykl. d. mathem. Wiss. IV. 14. Leipzig 1901, B. G. Teubner.
- Bucherer, A.** Elemente der Vektoranalysis mit Beispielen aus der theoretischen Physik. 2. Aufl. Leipzig 1905, B. G. Teubner.
- Föppl-Abraham.** Theorie der Elektrizität. 2. Aufl. Bd. I. Leipzig 1904, B. G. Teubner.
- Föppl, A.** Vorlesungen über technische Mechanik. Insbesondere Bd. V. Leipzig 1907, B. G. Teubner.
- Die Geometrie der Wirbelfelder. Leipzig 1897, B. G. Teubner.
- Gans, R.** Einführung in die Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathematische Physik. Leipzig 1905, B. G. Teubner.
- Gibbs-Wilson.** Vector Analysis. A text-book for the use of students of mathematics and physics. New-York-London 1907, Ch. Scribner's Sons.
- Jahuke, E.** Vorlesungen über die Vektorenrechnung. Mit Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und mathematische Physik. Leipzig 1905, B. G. Teubner.
- Jaumann, G.** Die Grundlagen der Bewegungslehre von einem modernen Standpunkt aus dargestellt. Leipzig 1905, A. Barth.
- Valentiner, S.** Vektoranalysis. Leipzig 1907, Göschen