THEORIE UND ANWENDUNG DER ELEMENTARTHEILER

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649148349

Theorie und Anwendung der Elementartheiler by P. Muth

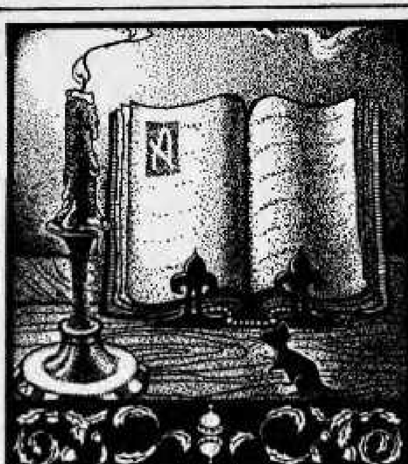
Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

www.triestepublishing.com

P. MUTH

THEORIE UND ANWENDUNG DER ELEMENTARTHEILER

Trieste



Ex Libris

D.H.Lehmer

THEORIE UND ANWENDUNG

DER

ELEMENTARTHEILER

VON

DR. P. MUTH.

LEIPZIG,
VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1899.

Vorwort.

Das Erscheinen dieses schon vor geraumer Zeit angekündigten Buches wurde leider durch Krankheit des Verfassers erheblich verzögert. Dass sich innerhalb dieser Zeit manche Anschauungen desselben geändert haben, wird man begreiflich finden; indessen wurde doch das in der Voranzeige entworfene Programm mit ganz geringen Modifikationen ausgeführt.

Was die Gesammtanlage des Buches anbelangt, so musste nach meiner Ansicht in einem Specialwerke über Elementartheiler den algebraischen und den arithmetischen Methoden möglichst gleichmässig Rechnung getragen werden; zeigen sich einerseits die letzteren als weittragender und so für die Weiterentwickelung unserer Theorie bedeutungsvoller, so sind andererseits die ersteren in hohem Maasse geeignet, zu einem tiefen Eindringen in das innere Wesen der hier obwaltenden Verhältnisse zu führen, und daher zugleich auch didaktisch von grossem Werthe.

Ohne auf Einzelheiten der Darstellung einzugehen, bemerke ich nur, dass wohl kein Zweifel darüber herrschen konnte, auf welche Weise bei der Entwickelung der sogenannten Weierstrass'schen Theorie vorzugehen war, nachdem Weierstrass selbst gelegentlich der Herausgabe seiner gesammelten Werke darauf hingewiesen hatte, dass die in seiner grundlegenden Arbeit vorhandene Lücke am Zweckmässigsten durch die Untersuchungen des Herrn Frobenius in den Sitzungsberichten der Berliner Akademie von 1896 ausgefüllt werde. Die Schwierigkeit der Kronecker'schen Arbeiten über singuläre Schaaren ist bekannt; hier war Vieles strenger zu begründen und manche Lücke auszufüllen.

Eine Scheidung des Buches in einen theoretischen und einen die Anwendungen umfassenden Theil äusserlich herbeizuführen, wurde nicht versucht und wäre der ganzen Anlage desselben nach überhaupt auch kaum durchführbar gewesen. Dazu kommt, dass je nach dem Standpunkte, den man einnimmt, zuweilen der gleiche Gegenstand einmal als Theorie, einmal als Anwendung aufgefasst werden kann.

So zahlreiche Verwendung die in diesem Buche gegebenen Sätze über Elementartheiler ganzzahliger Systeme auch in der Zahlentheorie finden, so war es doch unmöglich, hier einen Gegenstand herauszugreifen, der ein in sich abgeschlossenes Ganze gebildet und zugleich ein prägnantes Beispiel für die Bedeutung derselben für diese Disciplin geboten hätte; doch darf in dieser Hinsicht wohl ausser auf die in der

Einleitung erwähnte Literatur auf Herrn Bachmann's Zahlentheorie (4. Theil, I. Abtheilung, Leipzig 1898) hingewiesen werden.

Aehnliche Schwierigkeiten, wie die eben aufgeführten, machten sich im Gebiete der linearen Differentialgleichungen bemerklich. Indessen war es hier möglich, eine kleinere, von Weierstrass selbst herrührende Anwendung zu geben, die für viele Arbeiten über Systeme von linearen Differentialgleichungen vorbildlich geworden ist.

Dagegen standen wohl abgegrenzte geometrische Anwendungen in grosser Menge zur Verfügung. Will man sich aber bei diesen nicht in endlosem Wiederholen von Einzelheiten erschöpfen, sondern eine umfassende und wirklich wissenschaftliche Darstellung bieten, so muss man, dem Vorgange von Herrn Segre folgend, fast durchweg die Betrachtungen im n-dimensionalen Raume vornehmen. Auch bei der im Buche durchgeführten Klassifikation der Collineationen musste sich der Verfasser zu diesem Vorgehen entschliessen; doch glaubt derselbe dadurch dem Anfänger keine besonderen Schwierigkeiten bereitet zu haben. Derselbe wird nach einander $n=1$, 2 und 3 setzen und so zu den gewohnten Vorstellungen kommen; ausserdem kann derselbe an die für die Fälle $n = 1$, 2 und 3 überall angegebenen Normalformen direkt anknüpfen. Wie man sieht, nimmt die exakte Ausführung einer einzigen geometrischen Anwendung schon einen bedeutenden Raum in Anspruch, weshalb ich mich auf dieselbe beschränken musste. Doch kommt es wohl auch nicht auf die Zahl solcher Anwendungen an, sondern darauf, an einem geeigneten Beispiele das sonst überall verwandte Princip klar darzulegen. —

Von Anfang an hatte sich mein Unternehmen des besonderen Interesses einer Reihe hervorragender Kenner der Elementartheiler zu erfreuen; namentlich waren es die Herren Professoren Frobenius, Gundelfinger und Hensel, die, mit dem Gegenstande innigst vertraut und die Schwierigkeit seiner Bearbeitung wohl erkennend, stets bereit waren, mir ihre Unterstützung zu Theil werden zu lassen. Ihnen auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank zu sagen, ist mir eine angenehme Pflicht. Herrn Professor F. Meyer, der die Zusendung der Correcturbogen gütigst gestattete, verdanke ich eine Reihe werthvoller Literaturnachweise.

Schliesslich muss ich noch erwähnen, dass die Verlagsbuchhandlung meinen Wünschen betreffs der Ausstattung des Buches stets auf's Bereitwilligste entgegenkam.

Osthofen (Rheinhessen), 29. Mai 1899.

P. Muth.

Inhaltsverzeichniss.

Einleitung.

Sowohl in der Analysis, als auch vornehmlich in der analytischen Geometrie tritt uns häufig das algebraische Problem entgegen, *zwei quadratische Formen φ und ψ von je n Variabelen durch eine lineare Substitution gleichzeitig in eine einfache oder kanonische* (Normal-) Form überzuführen.* Man denke z. B. nur an das analytisch-geometrische Problem des Falles $n = 3$ oder $n = 4$, wenn es sich darum handelt, zwei Kegelschnitte derselben Ebene oder zwei Flächen zweiter Ordnung auf ihre gegenseitige Lage zu untersuchen. Bekanntlich ist bei der Lösung des Problems das Verhalten der Determinante der durch φ und ψ bestimmten Schaar $\lambda_1 \varphi + \lambda_2 \psi$ quadratischer Formen von ausschlaggebender Bedeutung. Im *allgemeinen Falle*, wo diese Determinante nicht identisch verschwindet und in n (nicht nur um eine Konstante) verschiedene Linearfaktoren zerlegt werden kann**, bietet dasselbe keine nennenswerthen Schwierigkeiten, und seine Lösung ist schon lange bekannt; man kann alsdann *beide Formen gleichzeitig als Aggregate von Quadraten n unabhängiger linearer Formen* darstellen.*** Ganz anders aber liegt die Sache, wenn die Determinante der Schaar, — die wir zunächst stets als nicht identisch verschwindend voraussetzen —, *nicht in lauter verschiedene lineare Faktoren* zerfällt. Alsdann haben wir eine Reihe verschiedener Fälle zu unterscheiden, und zwar kommt es darauf an, ob und wie oft ein mehrfacher Theiler jener Determinante gleichzeitig in allen Subdeterminanten $(n-1)^{\text{ten}}$, $(n-2)^{\text{ten}}$ u. s. w. Grades

* Vergl. über den Begriff „kanonische Form" die treffenden Bemerkungen Kronecker's: Ueber Schaaren von quadr. Formen, Berl. Monatsb. 1874, S. 72 (Ges. W. Bd. I, S. 367).

** Dass dieses wirklich der allgemeine Fall ist, bedarf des Nachweises. Vergl. Weierstrass, Ueber ein die homogenen Funktionen betr. Theorem, Berl. Monatsb. 1858, S. 208 (Ges. W. Bd. I, S. 233).

*** Hier sind wohl Cauchy, Sur l'équation, à l'aide de laquelle on déterm. les inégal. séculaires des mouvem. des planètes, Exercis. de math. (29) IV, S. 140 ff. und Jakobi, De binis quibusl. function. homog. sec ordin. etc., Crelle's Journ. (34) Bd. 12, S. 1 ff., in erster Linie zu nennen. (Die eingeklammerten Zahlen bedeuten hier und im Flgdn. die beiden letzten Ziffern des Erscheinungsjahres des betr. Bandes.)