LE POSTULATUM D'EUCLIDE EST-IL INDÉMONTRABLE? SOLUTION ET THÉORIE DES PARALLÈLES

Published @ 2017 Trieste Publishing Pty Ltd

ISBN 9780649775101

Le Postulatum d'Euclide Est-Il Indémontrable? Solution et Théorie des Parallèles by A. Pondichy

Edited by Trieste Publishing Pty Ltd.
Cover @ 2017

www.triestepublishing.com

A. PONDICHY

LE POSTULATUM D'EUCLIDE EST-IL INDÉMONTRABLE? SOLUTION ET THÉORIE DES PARALLÈLES

Trieste

Le Postulatum d'Euclide est-il indémontrable ?

SOLUTION ET THÉORIE DES PARALLÈLES

PAR

A. PONDICHY.

PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES

BRUXELLES

LIBRAIRIE FALK FILS, ÉDITEUR

15-17, RUE DU PARCHEMIN, 15-17

1904

PRÉFACE

Le *postulatum d'Euclide*, que nous rencontrons dans la théorie des parallèles, a été l'objet de nombreuses recherches. A mainte reprise, on l'a dit démontré, mais toujours cette démonstration a entraîné après elle un autre postulatum, lequel passe inaperçu pour quiconque croit avoir réussi, mais qui n'est pas sans être signalé par les géomètres. C'est ainsi que plus d'un mathématicien érudit des XVIII^e et XIX^e siècles a essayé de le démontrer, mais non sans avoir dû bientôt y renoncer devant les résultats nuls auxquels aboutissaient généralement leurs recherches. Ce continuel échec n'a pas rebuté quelques hommes de science à donner une solution à cette question en posant comme principe que le *postulatum d'Euclide* est une chose qui se comprend mais que l'on ne peut pas démontrer.

Sans vouloir nous poser en critique hargneux contre cette thèse, nous nous permettrons de faire remarquer que ces savants, tout comme ceux qui ont essayé de le démontrer, ont admis un *postulatum;* toutefois, le *postulatum* de ces derniers résulte du manque de procédé.

On prétend le *postulatum d'Euclide* indémontrable en s'appuyant sur ce principe : qu'il n'est pas une conséquence des propositions antérieures à la théorie des parallèles sur laquelle on puisse baser entièrement celle-ci. C'est une erreur de raisonnement qui, jusqu'ici, a toujours été admise sans discussion.

Il est certain que si ce *postulatum* est resté jusqu'à présent indémontrable, c'est parce que la géométrie élémentaire n'a pas mis en œuvre tous les moyens dont elle dispose pour démontrer ses propositions.

En étudiant le premier théorème du premier livre de géométrie, on s'aperçoit immédiatement que ni les préliminaires, ni la définition de l'angle droit, ni la superposition n'offrent le moyen de le démontrer, et les géomètres des temps les plus anciens ont été acculés à avoir recours à un procédé spécial qui leur a fait surgir l'idée ingénieuse d'admettre que la droite pouvait être considérée comme tournant autour d'un point. Or, que s'en est-il suivi? C'est que, arrivés aux cas d'égalité des triangles, ces mêmes géomètres se sont bornés à se servir de la superposition. Mais ce genre unique de démonstration n'étant pas applicable au début de la théorie des parallèles, on se heurte nécessairement à des difficultés insurmontables : de là le *postulatum d'Euclide* avec son cortège de démonstrations erronées.

Il ressort donc de tout ce que nous venons de dire que pour démontrer le *postulatum d'Euclide*, il faut absolument chercher un moyen spécial pour démontrer, tout au moins un des théorèmes de cette importante théorie, et, de cette façon, la difficulté s'évanouira sans laisser de trace.

*
* *

Nous basons toute cette nouvelle théorie sur le théorème II. Nous donnons, de trois manières différentes, la démonstration de ce théorème; toutefois, celle qui a le plus d'exactitude et qui est la plus catégorique est la seconde; la première et la troisième manière laissent subsister quelque doute, et voilà pourquoi nous nous bornons à insister sur la seconde, bien que les deux autres, surtout la première, puissent être considérées comme des corollaires de ce même théorème, tel qu'il est défini en second lieu.

Ce qu'on pourrait nous reprocher, c'est le principe sur lequel nous établissons toute notre démonstration. Ce reproche est dénué de fondement, car :

Une droite α partage le plan dans lequel elle se trouve en deux parties; si une autre droite β, tracée dans le même plan, a des points situés dans une partie et dans l'autre, par rapport à α, elle coupera nécessairement cette dernière.

On ne pourrait pas donner une démonstration plus exactement rigoureuse de ce principe que par le raisonnement suivant : vu que β, comme droite, forme une suite ininterrompue de points, elle ne peut avoir des points situés dans les deux régions du plan sans traverser α, c'est-à-dire sans couper la droite α.

D'ailleurs, ce principe est déjà mis en usage par les géomètres bien avant la théorie des parallèles. C'est ainsi qu'on démontre que d'un point extérieur à une droite, on peut mener une perpendiculaire à cette droite.

Peut-on déplacer un segment de droite de manière *que tous ses points aient une même vitesse?* nous demandera-t-on. Bornons-nous à répondre péremptoirement à cette question en disant que, en géométrie, tout peut se faire et se démontrer par supposition et que l'on n'a qu'à considérer les conclusions auxquelles on aboutit.

C'est d'ailleurs *le moyen spécial* dont nous nous sommes servi et dont nous avons parlé plus haut. Espérons qu'il trouvera autant d'admirateurs que d'imitateurs.

Bruxelles, le 24 novembre 1903.

A. Pondichy.

THÉORIE

DES

DROITES PARALLÈLES

1. Définition.

On appelle deux droites parallèles, deux droites qui situées dans un même plan ne peuvent se rencontrer.

THÉORÈME I.

Deux droites qui sont perpendiculaires à une troisième, sont parallèles entre elles.

En effet, ces droites ne peuvent pas se couper, sans quoi on pourrait d'un même point, abaisser deux perpendiculaires à une même droite ce qui est impossible. C. Q. F. D.

Corollaire. — *Dans tout plan, on peut toujours trouver une infinité de droites parallèles.* — Car il suffit pour cela de considérer une droite du plan et de mener ensuite une infinité de perpendiculaires à cette droite C. Q. F. D.